



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

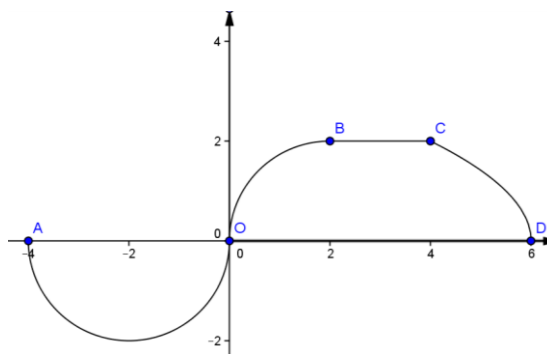
Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolve uno dei due problemi e risponde a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Sia $g(x)$ una funzione continua sull'intervallo chiuso $[-4, 6]$. Il grafico di $g(x)$, disegnato a lato, passa per i punti $A(-4; 0)$, $O(0; 0)$, $B(2; 2)$, $C(4; 2)$, $D(6; 0)$ e consiste della semicirconferenza di diametro AO , dell'arco, quarto di circonferenza, di estremi O e B , del segmento BC e dell'arco CD di una parabola avente per asse di simmetria l'asse x .

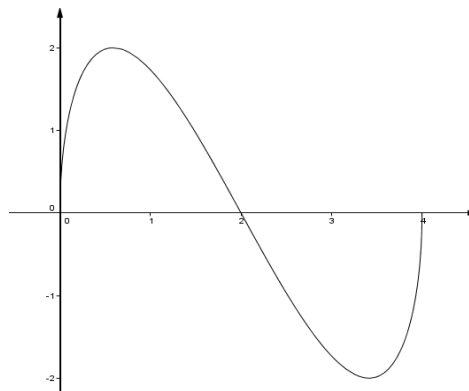


1. Si dica, giustificando la risposta, se $g(x)$ è derivabile nei punti A , O , B , C , D .
2. Posto $f(x) = \int_{-4}^x g(t) dt$, si calcolino: $f(-4)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$, $f(6)$.
3. Per quali valori di $x \in [-4, 6]$, $f(x)$ è positiva, negativa o nulla? E per quali x è positiva, negativa o nulla la funzione derivata seconda $f''(x)$?
4. La funzione $f(x)$ presenta un massimo e un minimo assoluti? Qual è l'andamento di $f(x)$?

PROBLEMA 2

Sia $f(x) = (2-x)\sqrt{4x-x^2}$

1. A lato è disegnato il grafico Γ di $f(x)$. Si dimostri che $(2; 0)$ è centro di simmetria di Γ e si calcoli, in gradi e primi sessagesimali, l'angolo che la tangente in esso a Γ forma con la direzione positiva dell'asse x .
2. Si dimostri che, qualunque sia t , $0 < t < 2$, le rette tangenti a Γ nei suoi punti di ascisse $2+t$ e $2-t$ sono parallele. Esistono rette tangenti a Γ che siano parallele alla retta $21x + 10y + 31 = 0$? E che siano parallele alla retta $23x + 12y + 35 = 0$?
3. Si calcoli l'area della regione compresa tra Γ e l'asse x .
4. Sia $h(x) = \sin(f(x))$. Quanti sono i punti del grafico di $h(x)$ di ordinata 1? Il grafico di $h(x)$ presenta punti di minimo, assoluti o relativi? Per quali valori reali di k l'equazione $h(x) = k$ ha 4 soluzioni distinte? Qual è il valore di $\int_0^4 h(x) dx$?





Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

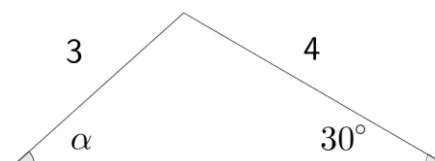
CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Nel triangolo disegnato a lato, qual è la misura, in gradi e primi sessagesimali, di α ?



2. Si spieghi perchè non esistono poliedri regolari le cui facce siano esagoni.
3. Venti palline sono poste in un'urna. Cinque sono rosse, cinque verdi, cinque gialle e cinque bianche. Dall'urna si estraggono a caso, senza reimbussolamento, tre palline. Si valutino le seguenti probabilità:
- esattamente una pallina è rossa
 - le tre palline sono di colori differenti.
4. Un solido Ω ha per base la regione R delimitata dal grafico di $f(x) = e^{1/x}$ e dall'asse x sull'intervallo $[-2, -1]$. In ogni punto di R di ascissa x , l'altezza del solido è data da $h(x) = \frac{1}{x^2}$. Si calcoli il volume del solido.
5. In un contesto di geometria non euclidea si illustri un esempio di triangolo i cui angoli non hanno somma 180° .
6. Si calcolino l'altezza e il raggio del massimo cilindro circolare retto inscritto in una sfera di raggio $\sqrt{3}$.
7. Se $f'(x) = \ln x - x + 2$, per quale dei seguenti valori approssimati di x , f ha un minimo relativo?
- (A) 5,146 (B) 3,146 (C) 1,000 (D) 0,159 (E) 0
8. La "zara" è un gioco d'azzardo di origine araba che conobbe particolare fortuna in Italia in epoca medievale – ne parla anche Dante nella *Divina Commedia* – e si giocava con tre dadi. Si confronti la probabilità di ottenere in un lancio la somma 9 con quella di ottenere la somma 10.
9. Le lettere N, Z, Q, R denotano, rispettivamente, gli insiemi dei numeri naturali, interi, razionali e reali mentre il simbolo \aleph_0 (aleph-zero) indica la cardinalità di N . Gli insiemi Z, Q e R hanno anch'essi cardinalità \aleph_0 ? Si motivi la risposta.
10. Si stabilisca per quali valori reali di a e b , si ha:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a + bx} - 2}{x} = 1$$

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana. Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.